НЕКЛАССИЧЕСКИЕ АНАЛИТИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ ДЛЯ КОНЕЧНЫХ ОБЛАСТЕЙ С РАЗРЫВАМИ СПЛОШНОСТИ

Коваленко М.Д.

МГОУ, г. Москва, kov08@inbox.ru

В ряде статей Y. Okada (1985, 1992) были опубликованы собранные им из разных источников, отредактированные и исправленные аналитические решения теории упругости для полупространства с разрывом сплошности (трещиной). Эти решения весьма ценны, в силу того, что они записываются в замкнутом виде. Строгие в рамках классической теории упругости, решения для полупространства имеют один существенный недостаток (впервые на это было указано Д.И. Шерманом в 1940 г.). Он заключается в следующем. Плоская до деформации свободная поверхность полупространства останется свободной от внешних напряжений и после образования разрыва только в том случае, если она по-прежнему будет плоской. В противном случае (теперь уже неплоская после образования разрыва) дневная поверхность не будет свободной. Возникающие на ней (а фактически отсутствующие) напряжения будут сопоставимы с напряжениями на разрыве, если трещина расположена достаточно близко к поверхности полупространства. Это приводит к существенному (до 100%) искажению истинной картины напряженно-деформированного состояния. Автору удалось получить аналитические решения (в виде рядов специальных систем функций, так называемых, функций Фадля-Папковича), описывающие физически правдоподобную деформацию полупространства, при которой его дневная поверхность, естественным образом деформируясь в результате образования трещины, остается свободной от внешних напряжений. Эти решения названы неклассическими, поскольку для них не выполняется условие совместности деформаций. Еще одна особенность рассматриваемых решений заключается в их неединственности. Для обеспечения единственности решения краевой задачи теории упругости в областях с угловыми точками границы и точками смены типа граничных условий нужно дополнительно задавать некоторые условия в этих точках. Впервые на это указал Е.И. Шемякин (1996 г.). Примеры решения основных и смешанных задач в прямоугольнике, полученные в работе, не только подтвердили, что это действительно так, но и позволили понять физическую природу неединственности. Из неединственности решения, как следствие, вытекает существование собственных самоуравновешенных полей напряжений и соответствующих им деформаций, не обусловленных внешними нагрузками. Это совершенно новое и практически не изученное явление в теории упругости (исключение составляют элементарные примеры собственных напряжений, имеющиеся в учебниках по теории упругости). Заметим, что с формальных позиций неединственность обусловлена нефинитностью (в обычном смысле, т.е. на плоскости) функций биортогональной (к функциям Фадля-Папковича) системы. Однако они финитны на римановой поверхности логарифма. Именно по этой причине неединственность проявляется в виде решений, описывающих собственные напряжения, а не как-то иначе.